

Rapport final 10437

Calcul de stabilité d'un mur en blocs de bois 'Procédé PBM' sous charge verticale excentrée

ir. Patrick Van den Bossche
dr. ir. Kurt De Proft

Centre Technique de l'Industrie du bois
Allée Hof ter Vleest 3
B-1070 Bruxelles

Date : 2012-04-17

Tel : +32 2 558 15 50
www.ctib-tchn.be
e-mail : info@ctib-tchn.be



1. Approche théorique pour l'établissement d'une méthode de calcul

D'une part, la rotation $\Delta\alpha$ d'un bloc de bois soumis à une charge excentrée N , est fonction du moment et peut s'écrire : **$M=K'\Delta\alpha$**

En fonction de la charge N et de l'excentricité e , trois cas sont possible (voir figure a, b et c) Pour chaque cas on établit le rapport entre $\sigma/\Delta\alpha$, σ/N et σ/M et $M/\Delta\alpha$

Détermination de K'

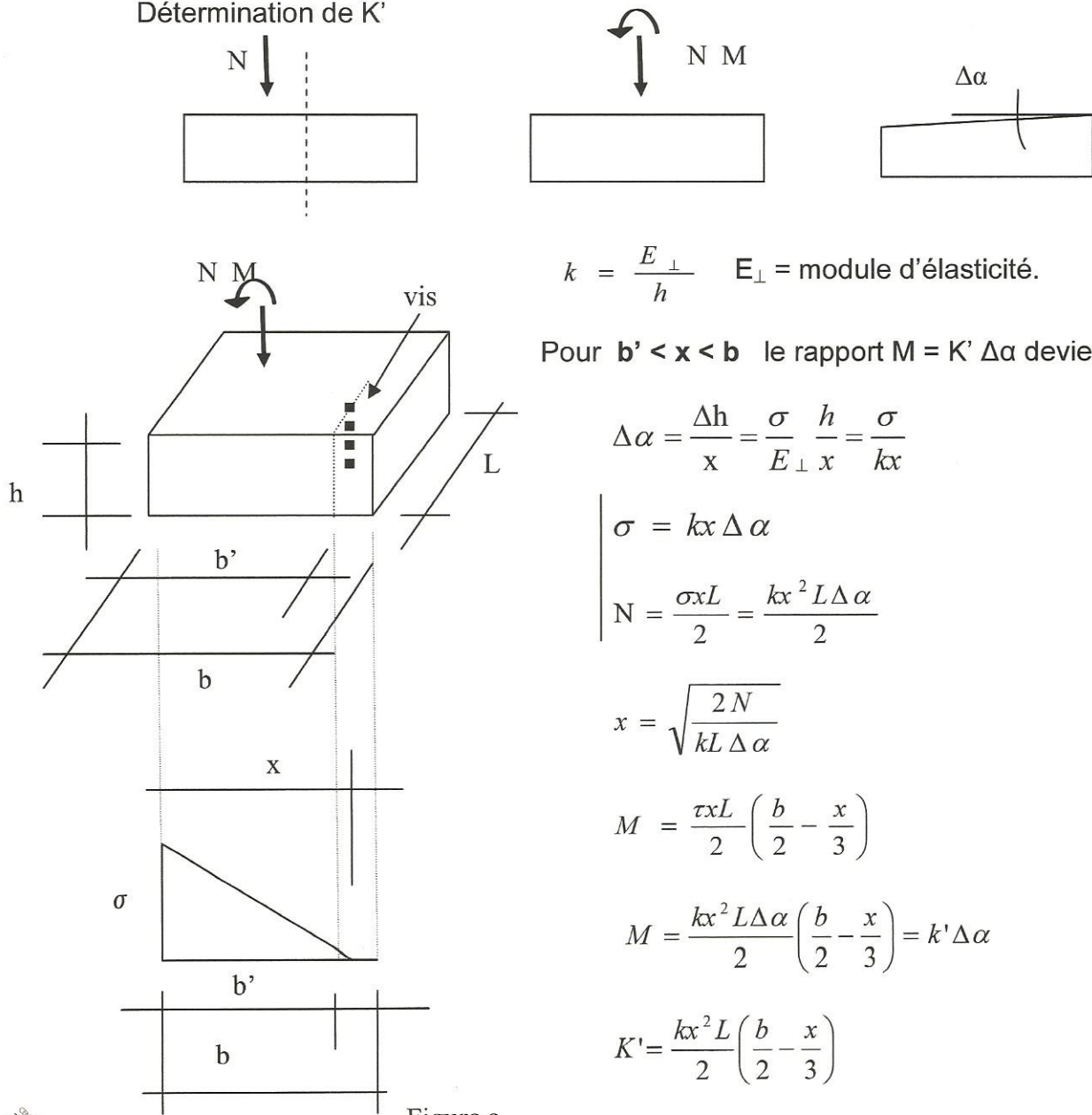


Figure a

$$k = \frac{E_{\perp}}{h} \quad E_{\perp} = \text{module d'élasticité.}$$

Pour $b' < x < b$ le rapport $M = K' \Delta\alpha$ devient

$$\Delta\alpha = \frac{\Delta h}{x} = \frac{\sigma}{E_{\perp}} \frac{h}{x} = \frac{\sigma}{kx}$$

$$\sigma = kx \Delta\alpha$$

$$N = \frac{\sigma x L}{2} = \frac{kx^2 L \Delta\alpha}{2}$$

$$x = \sqrt{\frac{2N}{kL \Delta\alpha}}$$

$$M = \frac{\tau x L}{2} \left(\frac{b}{2} - \frac{x}{3} \right)$$

$$M = \frac{kx^2 L \Delta\alpha}{2} \left(\frac{b}{2} - \frac{x}{3} \right) = k' \Delta\alpha$$

$$K' = \frac{kx^2 L}{2} \left(\frac{b}{2} - \frac{x}{3} \right)$$

Pour $x > b$ le rapport $M = K' \Delta\alpha$ devient

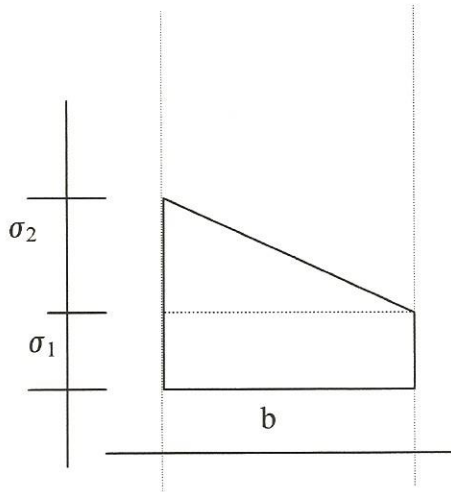


Figure b

$$\Delta\alpha = \frac{\Delta h}{b} = \frac{\sigma_2 h}{E_{\perp} b} = \frac{\sigma_2}{kb}$$

$$\sigma_2 = kb \Delta\alpha$$

$$N = \sigma_1 bL + \sigma_2 \frac{bL}{2}$$

$$\sigma_1 = \frac{N}{bL} - \frac{kb \Delta\alpha}{2}$$

$$\sigma_2 + \sigma_1 = \frac{N}{bL} + \frac{kb \Delta\alpha}{2}$$

$$M = \sigma_2 \frac{b}{2} \frac{b}{6} L$$

$$M = Lk \frac{b^3}{12} \Delta\alpha = K' \Delta\alpha$$

Pour $x < b'$ le rapport $M = K' \Delta\alpha$ devient

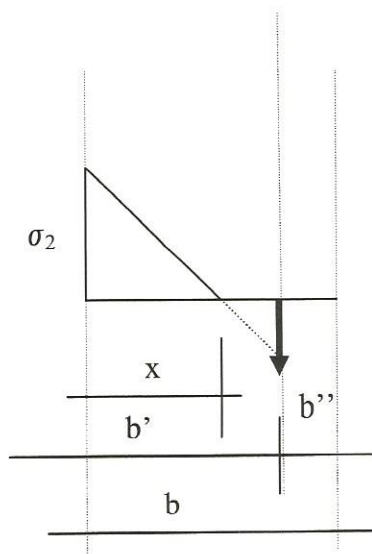


Figure c

$$\sigma_2 = \varepsilon_b E_{\perp}$$

$$F_{vis} = \Omega_v \varepsilon_v E_v$$

$$\frac{\varepsilon_{bois}}{x'} = \frac{\varepsilon_{vis}}{b' - x'}$$

$$\frac{\sigma_2}{E_b x'} = \frac{F}{\Omega_v E_v (b' - x')}$$

$$\frac{\sigma_2}{x'} = \frac{E_b}{\Omega_v E_v} \frac{F}{b' - x'}$$

$$C = \frac{\Omega_v E_v}{E_{\perp}}$$

$$\frac{\sigma_2 x' L}{2} = N + F$$

$$\sigma_2 = kx' \Delta\alpha$$

$$\frac{\sigma_2}{x'} = \frac{F}{C(b'-x')}$$

$$\frac{kx'^2 L \Delta\alpha}{2} = N + k\Delta\alpha C(b'-x')$$

$$x'^2 = \frac{2N}{kL\Delta\alpha} + 2\frac{C}{L}(b'-x')$$

$$x'^2 + 2\frac{C}{L}x' - \left(2\frac{C}{L}b' + \frac{2N}{kL\Delta\alpha}\right) = 0$$

$$x' = -\frac{C}{L} + \sqrt{\left(\frac{C}{L}\right)^2 + \left(2\frac{C}{L}b' + \frac{2N}{kL\Delta\alpha}\right)}$$

$$M = \frac{\sigma_2 x' L}{2} \left(\frac{b}{2} - \frac{x'}{3}\right) + F \left(\frac{b}{2} - b''\right)$$

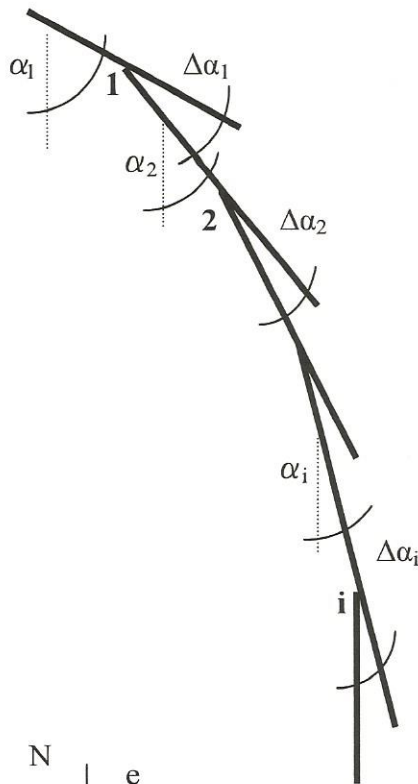
$$M = \frac{kx' L \Delta\alpha}{2} \left(\frac{b}{2} - \frac{x'}{3}\right) + k\Delta\alpha C(b'-x') \left(\frac{b}{2} - b''\right)$$

$$K' = \frac{kx'^2 L}{2} \left(\frac{b}{2} - \frac{x'}{3}\right) + kC(b'-x') \left(\frac{b}{2} - b''\right)$$

Il y a donc une relation entre M et $\Delta\alpha$, soit K' , mais qui est elle-même fonction de $\Delta\alpha$.

D'autre part, considérons un mur de n blocs, déformé sous une charge excentrée N.



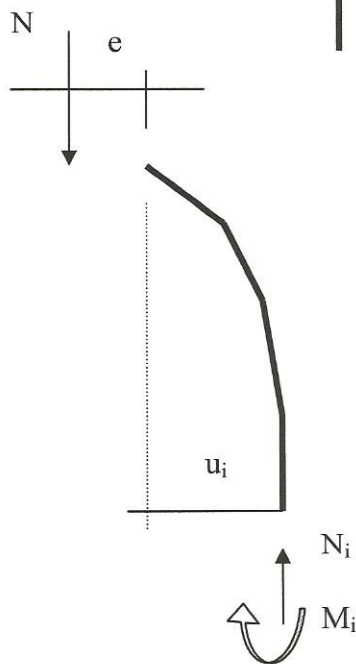


$$\alpha_i = \frac{u_i - u_{i-1}}{h}$$

$$\Delta\alpha_i = \alpha_i - \alpha_{i+1}$$

$$\Delta\alpha_i = \frac{u_1 - u_{i-1}}{h} - \frac{u_{i+1} - u_i}{h}$$

$$\Delta\alpha_i = \frac{2u_i - u_{i-1} - u_{i+1}}{h}$$



Exprimons que le point i est en équilibre :

$$\Sigma F = 0 \quad \Sigma M = 0$$

$$N_i = N$$

$$M_i = N(e + u_i) = K' \Delta\alpha = K' \frac{2u_i - u_{i-1} - u_{i+1}}{h}$$

$$Ne = -\frac{K'}{h}u_{i-1} + \left(\frac{2K'}{h} - N\right)u_i - \frac{K'}{h}(u_{i+1})$$

Cette équation peut s'écrire pour tous les points i (i= 1 à n), soit n équations et n inconnues u_i (i= 1 à n).

$$[Ne] = [K'] [U]$$

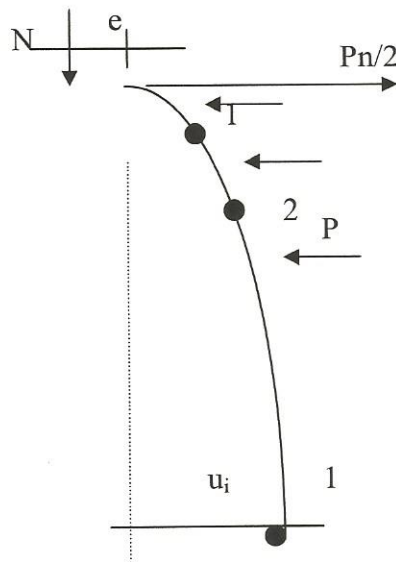


$$[U] = [K']^{-1} [Ne]$$

Si K' est une constante l'équation peut être résolue. Mais K' dépend de $\Delta\alpha$. Par itération on peut trouver la solution.

Première étape, le mur est non déformé donc tous les $u_i = 0$. On détermine le K' pour tous les $u_i = 0$ et au moyen des formules ci-dessus, on calcule les u_i , $\Delta\alpha_i$, x_i et un nouveau K' , qui est réinjecté dans les formules pour recalculer les u_i , $\Delta\alpha_i$, x_i et un nouveau K' et on répète l'opération jusqu'à obtenir une solution stable.

2. Adaptation de la méthode de calcul pour tenir compte d'une charge horizontale



p = charge horizontale N/m2.

$P = p \times h$.

h = hauteur de bloc.

n = nombre de blocs.

Equilibre autour du point i.

$$N_e(e + u_i) - \frac{P_n}{2}ih + \frac{Ph}{2}i^2 = M_i$$

$$Ne - \frac{Ph}{2}(ni - i^2) = -Nu_i + M_i$$

Nous avons donc la même formule

$$[Ne] = [K][u] \text{ Mais } [Ne] \text{ est remplacé par } \left[Ne - \frac{Ph}{2}(ni - i^2) \right]$$



3. Logiciel

Sur base de cette théorie un logiciel a été établi

Afin de pouvoir utiliser ce logiciel les paramètres suivants doivent être introduits.

$E_{\perp}$: module d'élasticité du bois perpendiculaire au fil du bois, en ce compris l'influence des joints

F_{vis} : résistance à la traction de la vis $\varnothing 4$ mm avec une longueur d'ancrage dans le bloc de bois de 35 mm

E_{vis} : module d'élasticité de la vis $\varnothing 4$ mm avec une longueur d'ancrage dans le bloc de bois de 35 mm

Ces paramètres ont été déterminés par quelques essais sur des échantillons reçus

La théorie a été vérifiée par quelques essais sur murets.

Nous avons trouvé les valeurs suivantes (valeurs moyenne) :

$E_{\perp}$: 200 N/mm²

F_{vis} : 2000 N

E_{vis} : 30000 N/mm²

Pour déterminer la charge de rupture moyenne (ou caractéristique) il faut introduire dans le logiciel les valeurs moyennes (ou caractéristiques)

Les valeurs caractéristiques sont :

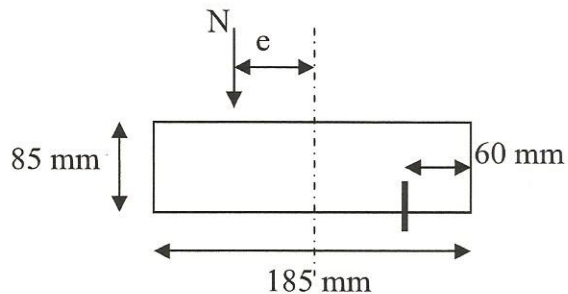
$E_{\perp}$: $200 \times 0,67$ N/mm² = 134 N/mm²

F_{vis} : $2000 \times 0,6$ N = 1200 N

E_{vis} : $30000 \times 0,67$ N/mm² = 20100 N/mm²



4. Exemple de calcul d'un mur en blocs de bois vissés



Vis $\phi = 4$ mm entraxe 300 mm

$F_{\max} = 200$ daN valeur moyenne rupture vis

$E_{\perp \text{bois}} = 200$ N/mm² valeur moyenne

$\sigma_m = 3.0$ N/mm² valeur moyenne

$E_{\text{vis}} = 30000$ N/mm² valeur moyenne

Hauteur mur = 2.5 m soit $250/8.5 \times 0.8 = 24$ blocs

La charge moyenne de rupture N_m est calculée en utilisant dans les formules les valeurs moyennes de E et de F . La charge caractéristique de rupture N_k peut être estimée à $0,6 \times$ charge moyenne, si on suppose une dispersion de l'ordre de 25% de la moyenne. La charge caractéristique de rupture peut aussi être calculée directement à partir de valeurs caractéristiques, soit $E_k = 0.67 E_m$ (EC5) et $F_k = 0.6 F_m$ (voir N_k^*).

La charge de calcul N_d que le mur peut supporter est déterminée suivant EC5

$$N_d = \frac{0,8 \cdot N_k}{1,3} \quad k_{\text{mod}} = 0.8 \text{ (moyen terme)}$$

Cette charge de calcul N_d correspond à une charge P sur le mur de

$$N_d = 1,5P$$

Les résultats des calculs sont repris dans le tableau ci-dessous

e (cm)	3	5	7
N_m (daN/m)	6500	3000	1900
N_k	3900	1800	1150



(daN/m)			
N_k^* (daN/m)	4200	1900	1200
p (daN/m)	2800	1200	800

5. Comparaison essais-calculs

Ci-dessous un tableau résumant les résultats d'essais comparés aux résultats de calcul

Le calcul est effectué avec les caractéristiques suivantes :

$$E_{vis} = 30000 \text{ N/mm}^2 \quad E_{\perp} = 200 \text{ N/mm}^2 \quad F = 2000 \text{ N} \quad \sigma_{\perp} = 3 \text{ N/mm}^2$$

Diamètre vis : 4mm

Dimensions des échantillons (mm)						Résultats calcul			
L	b	h	n	e	Nombre de vis	P (daN/m)	$\sigma_{\perp}$ (N/mm ²)	F (N)	U (mm)
600	180	85	8	30	4	>25000	3,0	0	
300					2	<u>25000</u>			
600	180	85	8	45	4	<u>16600</u>	2,9	387	
600	180	85	8	60	4	<u>8800</u>	2,1	1673	
						10000	2,5	2000	
500	180	85	11	60	4	<u>7600</u>	2,0	1957	
						7800	2,1	2000	
600	180	85	17	40	4	<u>8600</u>	1,8	1026	*
						8000	1,5	690	*
1000	180	85	25	<u>7</u>	8	<u>19500</u>	2,0	0	*
				(h/300)		16100			*

La valeur soulignée dans la colonne P est la charge de rupture lors de l'essai

Dans la colonne « Résultats calcul », le $\sigma_{\perp}$, F et N sont des valeurs calculées pour le P correspondant

Dans la colonne U, * indique que le déplacement horizontal de la cloison devient instable une augmentation de la charge provoque un déplacement important



L : longueur du mur

b : épaisseur du mur ou parpaing

h : hauteur du parpaing

n : nombre de parpaings

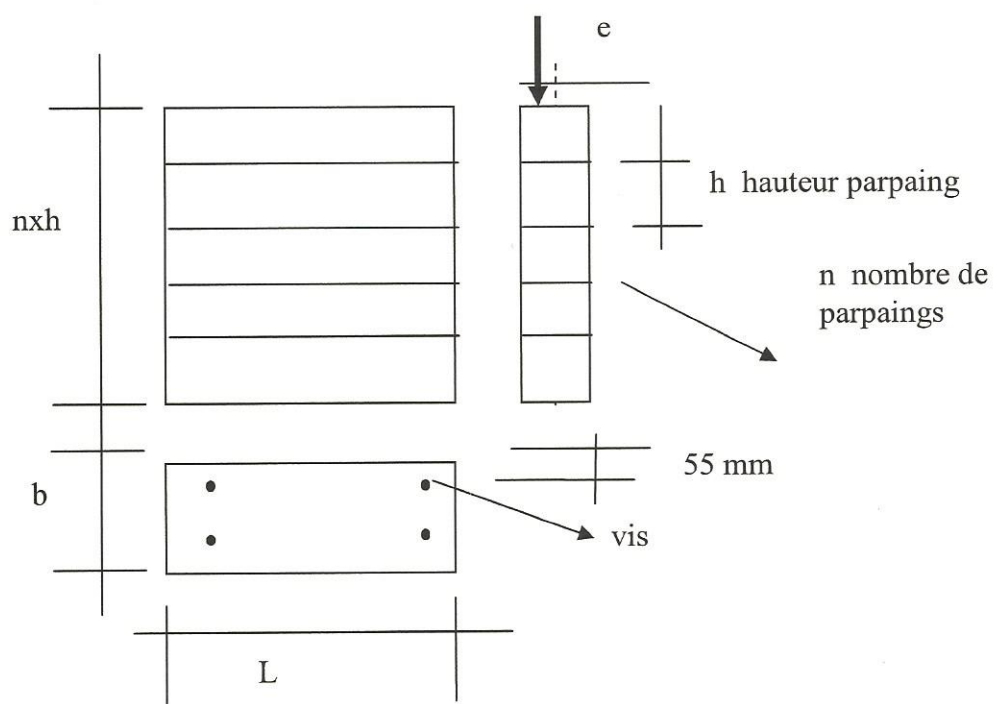
e : excentricité

P= charge de rupture à l'essai

$\sigma_{\perp}$ = contrainte de compression maximale dans le parpaing

F= traction dans la vis

U : déformation de la cloison



6. Conclusion

Il ressort de la lecture du tableau que si on définit la rupture comme étant la situation où une des trois valeurs ci-dessous est dépassée :

$\sigma_{\perp} > 3 \text{ N/mm}^2$: contrainte de compression maximale perpendiculaire au fil du bois

$F > 2000 \text{ N}$: charge maximale en traction de la vis

U : déplacement horizontal élevé

le calcul donne comme charges de rupture par rapport aux essais les valeurs suivantes :

P calcul (N)	P essai (N)
25000	25000
16600	16600
10000	8800
7800	7600
8000	8600
16100	19500

Le logiciel fournit donc des résultats en bonne adéquation avec les valeurs d'essais.

Ir P. Van den Bossche

